

# Multikriteriální optimalizace procesů v elektrotechnice

František Mach<sup>1,2</sup>, Pavel Kůs<sup>2</sup>, Pavel Karban<sup>1</sup>, Ivo Doležel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Katedra teoretické elektrotechniky  
Fakulta elektrotechnická, Západočeská univerzita v Plzni

<sup>2</sup>Ústav termomechaniky  
Akademie věd ČR, v.v.i.

5.6.2012

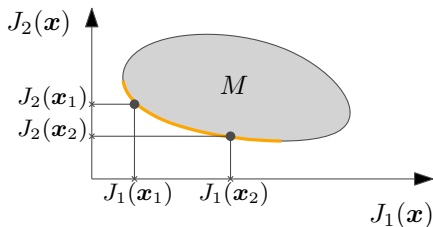
# Obsah přednášky

- 1 Úvod
  - Základní nastínění problematiky
- 2 Kelímková indukční pec
  - Formulace problému
  - Matematický model
  - Výsledky řešení modelu
  - Výsledky optimalizace
- 3 Elektrostatický separátor
  - Formulace problému
  - Matematický model
  - Výsledky řešení modelu
  - Výsledky optimalizace
- 4 Závěr

# Úvod

## Základní nastínění problematiky

Cílem práce je využít pokročilé metody multikriteriální optimalizace při řešení složitých problémů z oblasti elektrotechniky (elektrotepelné, elektromechanické procesy) které jsou popsány sdruženou úlohou více fyzikálních polí.



Pareto front

- $P$  ... prostor přípustných parametrů
- $\mathbf{x} \in P$  ... vektor parametrů
- $J_1(\mathbf{x}), J_2(\mathbf{x})$  ... cílové funkcionály
- $M = \{[J_1(\mathbf{x}), J_2(\mathbf{x})] : \mathbf{x} \in P\}$

# Úvod

## Základní nastínění problematiky

Agros2D

▼  $\boldsymbol{x}$

Vytvoření a výpočet modelu z  $\boldsymbol{x}$

Vyčíslení  $J_i(\boldsymbol{x})$


Výpočet funkcionálu  $J(\boldsymbol{x})$

Optimalizační metoda

(metoda sduž. gradientů)

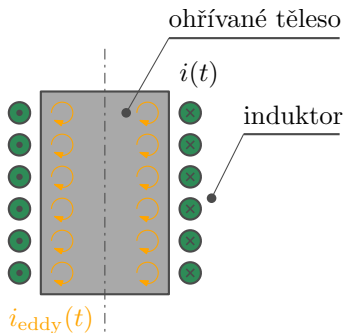
▲  $J(\boldsymbol{x})$

Postup optimalizace

 Agros2D ([www.agros2d.org](http://www.agros2d.org)) - aplikace pro řešení PDE s využitím *hp*-FEM, speciálně pak problému spojených s výpočty rozložení fyzikálních polí

# Kelímková indukční pec

## Formulace problému

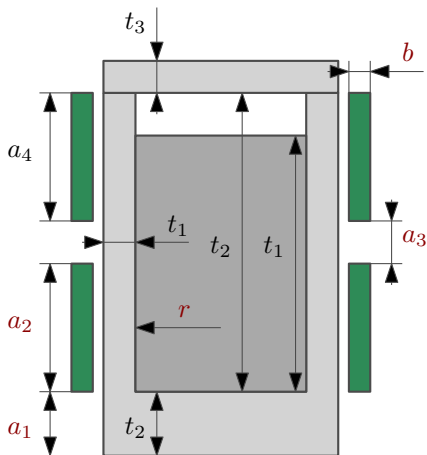


- Proměnný magnetický tok v ohřívaném tělese
- Ohřev tepelnými účinky indukovaných vířivých proudů
- Elektricky vodivé materiály
- Energeticky vysoce náročná technologie

Základní princip indukčního ohřevu v nestacionárním magnetickém poli

# Kelímková indukční pec

## Formulace problému



Geometrie řešeného problému

## Optimalizované parametry:

$$a_1, a_2, a_3, b, r$$

$$h_1 = \frac{V_1}{\pi r^2}, \quad h_2 = \frac{V_2}{\pi r^2}$$

$$a_4 = \frac{S}{b - a_2}, \quad S = S_{\max}.$$

# Kelímková indukční pec

## Matematický model

### Model magnetického pole:

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \underline{\mathbf{A}}) + j\omega\gamma\mu\underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{J}}_{\text{ext}}$$

$$\mu = f(\nabla \times \underline{\mathbf{A}}), \quad \gamma = f(T)$$

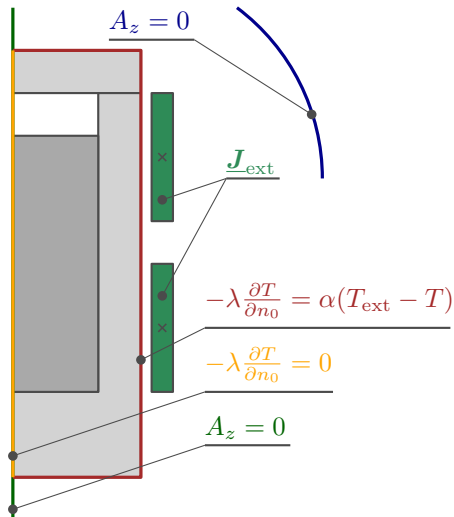
### Model teplotního pole:

$$\nabla \cdot \lambda \nabla T = \rho c \frac{dT}{dt} - p_J$$

$$\lambda = f(T), \quad \rho c = f(T)$$

$$p_J = \frac{|\underline{\mathbf{J}}_{\text{eddy}}|^2}{\gamma}$$

$$\underline{\mathbf{J}}_{\text{eddy}} = j\omega\gamma\mu\underline{\mathbf{A}}$$



# Kelímková indukční pec

## Matematický model

**Maximální tepelné ztráty v ohřivaném tělese:**

$$Q = \int_V \rho c (T_{t=t_0} - T_0) dV = \int_0^{t_0} \left( \int_V \frac{|\mathbf{J}_{\text{ind}}|^2}{\gamma} dV \right) dt - W_c$$

$$Q \rightarrow \max.$$

**Minimální teplotní gradient v ohřivaném tělese:**

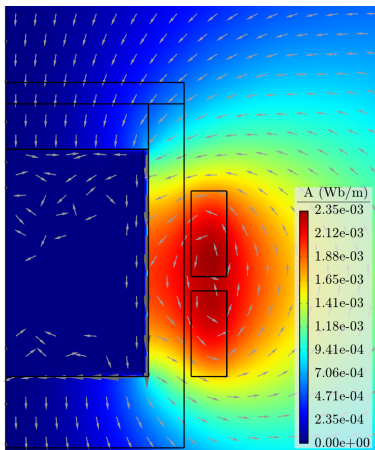
$$U = \left[ \int_V (T - T_{\text{avg}}^2) dV \right]_{t=t_0}$$

$$U \rightarrow \min.$$

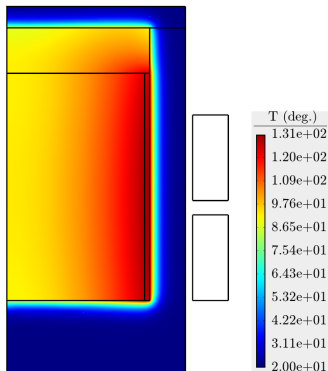


# Kelímková indukční pec

Výsledky řešení modelu



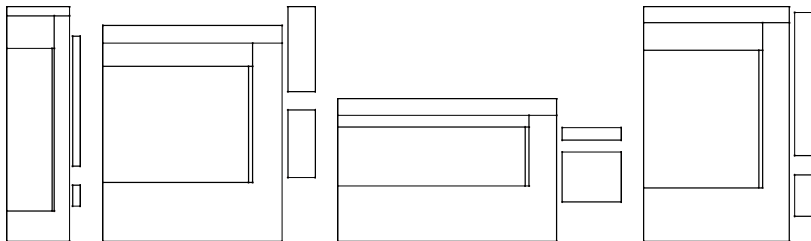
Rozložení magnetického pole  
(vektorový magnetický potenciál)



Rozložení teplotního pole  
(teplota)

# Kelímková indukční pec

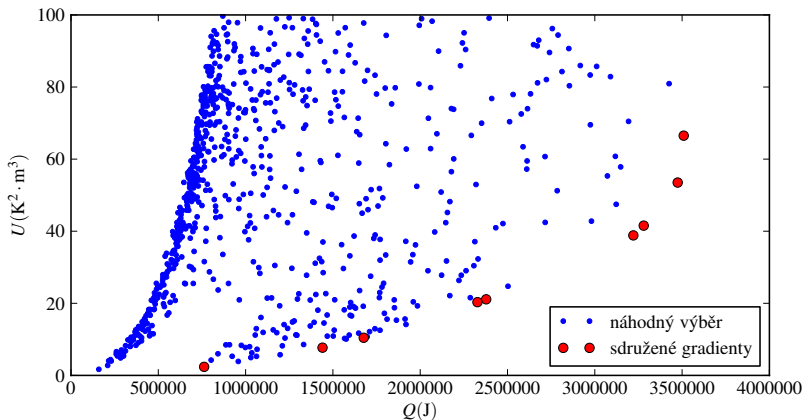
Výsledky optimalizace



Ukázka výsledků optimalizace

# Kelímková indukční pec

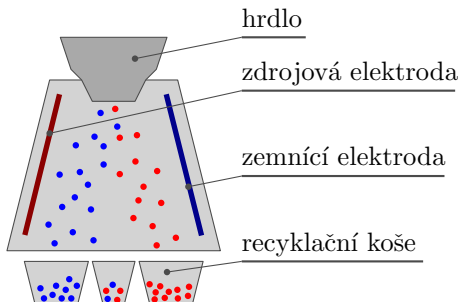
Výsledky optimalizace



Výsledky optimalizace

# Elektrostatický separátor

## Formulace problému



- Silové působení elektrického pole na el. nabité částice (Columbova síla)
- Nabíjení částic pomocí triboelektrického efektu
- Recyklace plastových materiálů (PET, PVC, LDPE, HDPE)

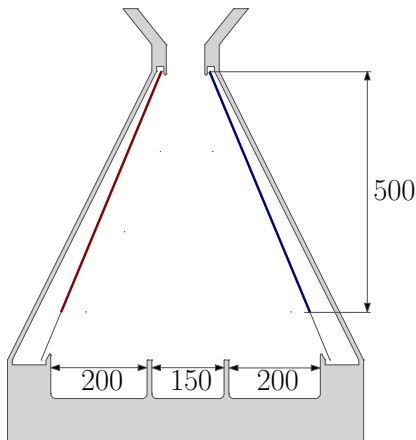
Základní princip elektrostatického separátoru

# Elektrostatický separátor

## Formulace problému

- Třídění PET a PVC částic
- Normální rozložení náboje a velikosti částic
- Rovnoměrné rozložení počáteční polohy

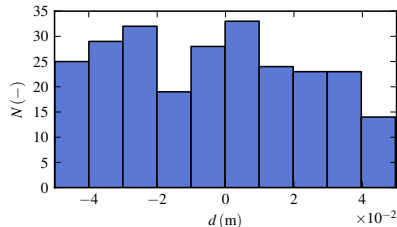
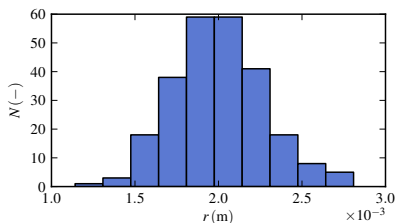
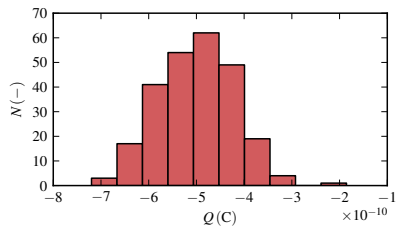
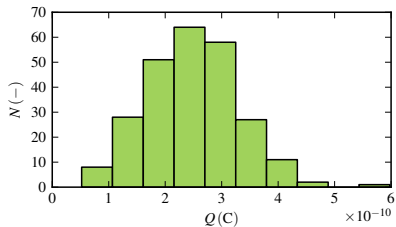
	$Q$ (C)
PET	$\mu = +0.5e-9, \sigma = 0.8e-10$
PVC	$\mu = -0.25e-9, \sigma = 0.8e-10$
	$r$ (mm)
PET	$\mu = 2, \sigma = 0.25$
PVC	$\mu = 2, \sigma = 0.25$



Geometrie řešeného problému

# Elektrostatický separátor

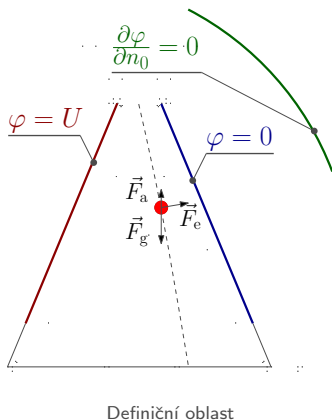
## Formulace problému



Rozložení parametrů testovacího vzorku PVC a PET částic

# Elektrostatický separátor

Matematický model



Elektrostatické pole:

$$\nabla \cdot \varepsilon \nabla \varphi = 0$$

Pohybové rovnice:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_a, \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}$$

$$\mathbf{F}_e = Q\mathbf{E} = Q \cdot \text{grad } \varphi$$

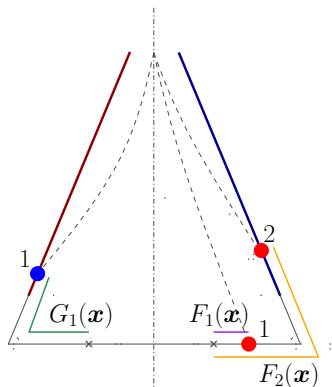
$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_a = -\mathbf{v} \frac{1}{2} \rho c S v$$

# Elektrostatický separátor

## Matematický model

- Cílové funkcionály vyjadřují přesnost dopadu částice do požadovaného místa
- Uvažujeme dílčí funkcionály pro PET ( $F(x)$ ) i PVC ( $G(x)$ )
- Problém s citlivostí funkcionálů na změny vektoru parametrů  $x$  → nutné použít výpočet gradientu vyššího řádu

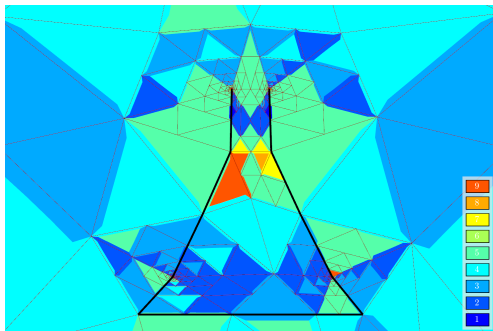


Cílové funkcionály



# Elektrostatický separátor

Výsledky řešení modelu

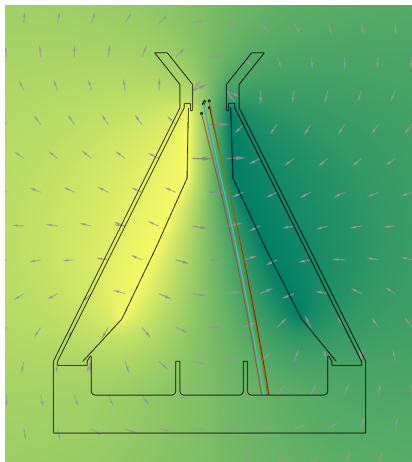


Síť a polynomiální řád (3% rel. chyba, 1518 st. volnosti)

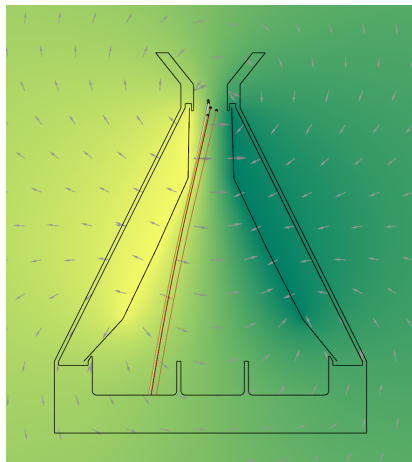
- Výskyt singulárních bodů → výhodné využití  $hp$ -adaptivity
- Elementy vysokého i nízkého řádu polynomu
- Visící uzly libovolné úrovně → snížení DOFs
- Výpočet trajektorie částic pomocí metody adaptivní Runge-Kutta

# Elektrostatický separátor

Výsledky optimalizace



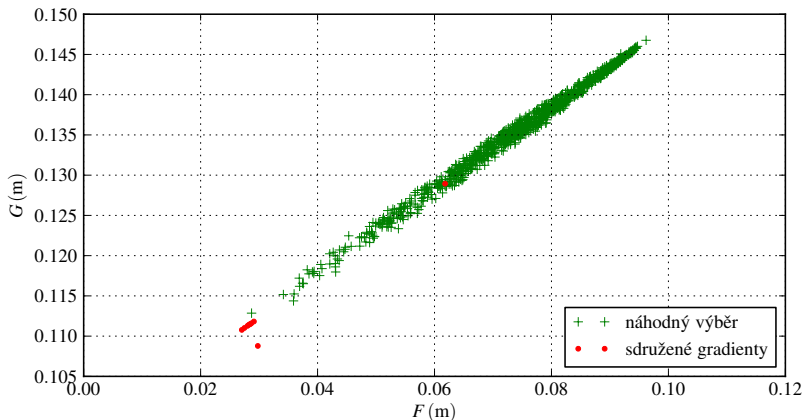
Trajektorie PET částic



Trajektorie PVC částic

# Elektrostatický separátor

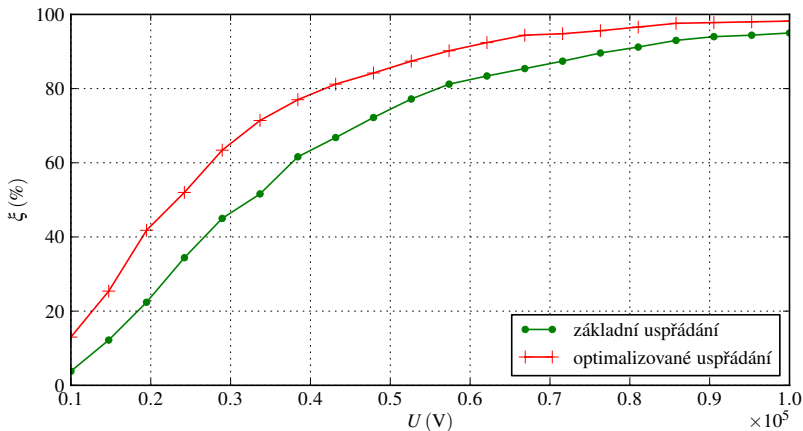
## Výsledky optimalizace



Výsledky optimalizace

# Elektrostatický separátor

Výsledky optimalizace



Efektivita separace částic

## Závěr:

- Využití multikriteriálních optimalizací může značně zefektivnit složité procesy v elektrotechnice

## Směry dalších prací:

- Experimentální ověření provedené optimalizace elektrostatického separátoru
- implementace algoritmů pro přímé hledání pareto front (ve spolupráci s University of Pavia)
- Vytvoření modulu usnadňující optimalizaci v Agros2D

**Děkuji za vaši pozornost**